

Kernfach Mathematik

Bei der Bearbeitung der Aufgabe dürfen alle Funktionen des Taschenrechners genutzt werden.

Aufgabe 4: Stochastik

Vorbemerkung: Führen Sie stets geeignete Zufallsgrößen und Namen für Ereignisse ein. Machen Sie auch Angaben über die Verteilung der jeweiligen Zufallsgrößen.

a) Um die Wirksamkeit eines neuen Medikaments zu überprüfen, wurde in einer sehr umfangreichen, repräsentativen Studie ausschließlich an erkrankten Patienten die Reaktion auf das Medikament untersucht. Hierbei wurde einem Teil der Patienten das echte Medikament verabreicht, der andere Teil erhielt ein Placebo, also ein wirkungsloses Präparat. 64 % der Patienten wurden mit dem echten Medikament behandelt. 12 % der Patienten wurden mit dem Placebo behandelt und geheilt. 68 % aller Patienten, die an der Studie teilgenommen haben, konnten geheilt werden.

- Erstellen Sie eine zu diesen Angaben passende Vierfeldertafel.
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig auszuwählender geheilter Patient lediglich mit Placebos behandelt wurde.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als die Hälfte von fünf zufällig auszuwählenden Patienten geheilt wurden.
- Geben Sie die Bedeutung des folgenden Terms im Sachzusammenhang an.

$$1 - \sum_{k=8}^{10} \binom{10}{k} \cdot 0,68^k \cdot 0,32^{10-k}$$

[Hinweis: Dieser Term ist gleichwertig zu

$$1 - \left(\binom{10}{8} \cdot 0,68^8 \cdot 0,32^2 + \binom{10}{9} \cdot 0,68^9 \cdot 0,32^1 + \binom{10}{10} \cdot 0,68^{10} \cdot 0,32^0 \right) .]$$

(12 P)

b) Aufgrund der Studie beschließt der kriminelle Internet-Medikamenten-Anbieter Harry Laim seine Lieferungen dieses Medikaments zu manipulieren, indem er Pakete, die jeweils 40 Ampullen enthalten, mit je 32 Ampullen des echten Medikaments und 8 Placebo-Ampullen bestückt.

- Ein Arzt hat ein solches Paket bei Harry Laim bestellt, um seine Patienten zu behandeln. Für die Behandlung seines ersten Patienten werden 5 Ampullen benötigt. Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dem Paket zufällig 5 Ampullen des echten Medikaments zu entnehmen, größer als 30 % ist.

Kernfach Mathematik

Nach dem großen Erfolg seiner Internet-Betrügereien mit dem Verkauf an Ärzte beschließt Harry Laim, sein Geschäft auf die Belieferung von Kliniken auszuweiten.

Eine Klinik bestellt eine Klinikpackung mit 10 000 Ampullen. Harry Laim bestückt diese mit 8000 Ampullen des echten Medikaments und 2000 Placebo-Ampullen.

Eine Krankenschwester entnimmt einer solchen, noch vollständigen Klinikpackung 150 Ampullen. Verwenden Sie im Folgenden die Binomialverteilung.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Krankenschwester mindestens 25, aber höchstens 40 Placebo-Ampullen entnimmt.
- Berechnen Sie die Anzahl der Ampullen, die sie aus einer noch vollständigen Klinikpackung mindestens entnehmen muss, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 97,5 % mindestens eine Placebo-Ampulle zu erhalten.

(14 P)

c) Harry Laim versendet auch Pakete an Besteller aus Nicht-EU-Ländern. Der Anteil der Placebo-Ampullen in diesen Nicht-EU-Paketen beträgt sogar 30 %. Für Besteller aus der EU bleibt er sicherheitshalber bei Paketen mit 20 % Placebo-Ampullen (EU-Pakete).

Vor dem Versand eines Pakets, das in die EU versendet werden soll, stellt Harry Laim fest, dass es nicht gekennzeichnet ist. Er möchte vermeiden, dass er ein Nicht-EU-Paket in ein EU-Land versendet.

- Entwickeln Sie ein Testverfahren, mit dem Harry Laim durch Entnahme und Prüfung von 100 der 10 000 Ampullen auf einem Signifikanzniveau von 1,5 % die Vermutung stützen kann, dass es sich um ein EU-Paket handelt.
- Bestimmen Sie für den oben konzipierten Test die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art.

(10 P)

d) Gegeben sind ein Zufallsexperiment und die Ereignisse A und B .

Es gilt $P(B) = 0,32$, $P_A(B) = 0,4$ und $P_{\bar{A}}(\bar{B}) = 0,7$.

Berechnen Sie $P(A)$.

(4 P)

Kernfach Mathematik

Tabelle zur Normalverteilung, Werte der Gaußschen Integralfunktion Φ

z	$\Phi(-z)$	$\Phi(z)$	z	$\Phi(-z)$	$\Phi(z)$	z	$\Phi(-z)$	$\Phi(z)$
0,01	0,4960	0,5040	0,51	0,3050	0,6950	1,01	0,1562	0,8438
0,02	0,4920	0,5080	0,52	0,3015	0,6985	1,02	0,1539	0,8461
0,03	0,4880	0,5120	0,53	0,2981	0,7019	1,03	0,1515	0,8485
0,04	0,4840	0,5160	0,54	0,2946	0,7054	1,04	0,1492	0,8508
0,05	0,4801	0,5199	0,55	0,2912	0,7088	1,05	0,1469	0,8531
0,06	0,4761	0,5239	0,56	0,2877	0,7123	1,06	0,1446	0,8554
0,07	0,4721	0,5279	0,57	0,2843	0,7157	1,07	0,1423	0,8577
0,08	0,4681	0,5319	0,58	0,2810	0,7190	1,08	0,1401	0,8599
0,09	0,4641	0,5359	0,59	0,2776	0,7224	1,09	0,1379	0,8621
0,10	0,4602	0,5398	0,60	0,2743	0,7257	1,10	0,1357	0,8643
0,11	0,4562	0,5438	0,61	0,2709	0,7291	1,11	0,1335	0,8665
0,12	0,4522	0,5478	0,62	0,2676	0,7324	1,12	0,1314	0,8686
0,13	0,4483	0,5517	0,63	0,2643	0,7357	1,13	0,1292	0,8708
0,14	0,4443	0,5557	0,64	0,2611	0,7389	1,14	0,1271	0,8729
0,15	0,4404	0,5596	0,65	0,2578	0,7422	1,15	0,1251	0,8749
0,16	0,4364	0,5636	0,66	0,2546	0,7454	1,16	0,1230	0,8770
0,17	0,4325	0,5675	0,67	0,2514	0,7486	1,17	0,1210	0,8790
0,18	0,4286	0,5714	0,68	0,2483	0,7517	1,18	0,1190	0,8810
0,19	0,4247	0,5753	0,69	0,2451	0,7549	1,19	0,1170	0,8830
0,20	0,4207	0,5793	0,70	0,2420	0,7580	1,20	0,1151	0,8849
0,21	0,4168	0,5832	0,71	0,2389	0,7611	1,21	0,1131	0,8869
0,22	0,4129	0,5871	0,72	0,2358	0,7642	1,22	0,1112	0,8888
0,23	0,4090	0,5910	0,73	0,2327	0,7673	1,23	0,1093	0,8907
0,24	0,4052	0,5948	0,74	0,2296	0,7704	1,24	0,1075	0,8925
0,25	0,4013	0,5987	0,75	0,2266	0,7734	1,25	0,1056	0,8944
0,26	0,3974	0,6026	0,76	0,2236	0,7764	1,26	0,1038	0,8962
0,27	0,3936	0,6064	0,77	0,2206	0,7794	1,27	0,1020	0,8980
0,28	0,3897	0,6103	0,78	0,2177	0,7823	1,28	0,1003	0,8997
0,29	0,3859	0,6141	0,79	0,2148	0,7852	1,29	0,0985	0,9015
0,30	0,3821	0,6179	0,80	0,2119	0,7881	1,30	0,0968	0,9032
0,31	0,3783	0,6217	0,81	0,2090	0,7910	1,31	0,0951	0,9049
0,32	0,3745	0,6255	0,82	0,2061	0,7939	1,32	0,0934	0,9066
0,33	0,3707	0,6293	0,83	0,2033	0,7967	1,33	0,0918	0,9082
0,34	0,3669	0,6331	0,84	0,2005	0,7995	1,34	0,0901	0,9099
0,35	0,3632	0,6368	0,85	0,1977	0,8023	1,35	0,0885	0,9115
0,36	0,3594	0,6406	0,86	0,1949	0,8051	1,36	0,0869	0,9131
0,37	0,3557	0,6443	0,87	0,1922	0,8078	1,37	0,0853	0,9147
0,38	0,3520	0,6480	0,88	0,1894	0,8106	1,38	0,0838	0,9162
0,39	0,3483	0,6517	0,89	0,1867	0,8133	1,39	0,0823	0,9177
0,40	0,3446	0,6554	0,90	0,1841	0,8159	1,40	0,0808	0,9192
0,41	0,3409	0,6591	0,91	0,1814	0,8186	1,41	0,0793	0,9207
0,42	0,3372	0,6628	0,92	0,1788	0,8212	1,42	0,0778	0,9222
0,43	0,3336	0,6664	0,93	0,1762	0,8238	1,43	0,0764	0,9236
0,44	0,3300	0,6700	0,94	0,1736	0,8264	1,44	0,0749	0,9251
0,45	0,3264	0,6736	0,95	0,1711	0,8289	1,45	0,0735	0,9265
0,46	0,3228	0,6772	0,96	0,1685	0,8315	1,46	0,0721	0,9279
0,47	0,3192	0,6808	0,97	0,1660	0,8340	1,47	0,0708	0,9292
0,48	0,3156	0,6844	0,98	0,1635	0,8365	1,48	0,0694	0,9306
0,49	0,3121	0,6879	0,99	0,1611	0,8389	1,49	0,0681	0,9319
0,50	0,3085	0,6915	1,00	0,1587	0,8413	1,50	0,0668	0,9332

Kernfach Mathematik

Tabelle zur Normalverteilung, Werte der Gaußschen Integralfunktion Φ

z	$\Phi(-z)$	$\Phi(z)$	z	$\Phi(-z)$	$\Phi(z)$	z	$\Phi(-z)$	$\Phi(z)$
1,51	0,0655	0,9345	2,01	0,0222	0,9778	2,51	0,0060	0,9940
1,52	0,0643	0,9357	2,02	0,0217	0,9783	2,52	0,0059	0,9941
1,53	0,0630	0,9370	2,03	0,0212	0,9788	2,53	0,0057	0,9943
1,54	0,0618	0,9382	2,04	0,0207	0,9793	2,54	0,0055	0,9945
1,55	0,0606	0,9394	2,05	0,0202	0,9798	2,55	0,0054	0,9946
1,56	0,0594	0,9406	2,06	0,0197	0,9803	2,56	0,0052	0,9948
1,57	0,0582	0,9418	2,07	0,0192	0,9808	2,57	0,0051	0,9949
1,58	0,0571	0,9429	2,08	0,0188	0,9812	2,58	0,0049	0,9951
1,59	0,0559	0,9441	2,09	0,0183	0,9817	2,59	0,0048	0,9952
1,60	0,0548	0,9452	2,10	0,0179	0,9821	2,60	0,0047	0,9953
1,61	0,0537	0,9463	2,11	0,0174	0,9826	2,61	0,0045	0,9955
1,62	0,0526	0,9474	2,12	0,0170	0,9830	2,62	0,0044	0,9956
1,63	0,0516	0,9484	2,13	0,0166	0,9834	2,63	0,0043	0,9957
1,64	0,0505	0,9495	2,14	0,0162	0,9838	2,64	0,0041	0,9959
1,65	0,0495	0,9505	2,15	0,0158	0,9842	2,65	0,0040	0,9960
1,66	0,0485	0,9515	2,16	0,0154	0,9846	2,66	0,0039	0,9961
1,67	0,0475	0,9525	2,17	0,0150	0,9850	2,67	0,0038	0,9962
1,68	0,0465	0,9535	2,18	0,0146	0,9854	2,68	0,0037	0,9963
1,69	0,0455	0,9545	2,19	0,0143	0,9857	2,69	0,0036	0,9964
1,70	0,0446	0,9554	2,20	0,0139	0,9861	2,70	0,0035	0,9965
1,71	0,0436	0,9564	2,21	0,0136	0,9864	2,71	0,0034	0,9966
1,72	0,0427	0,9573	2,22	0,0132	0,9868	2,72	0,0033	0,9967
1,73	0,0418	0,9582	2,23	0,0129	0,9871	2,73	0,0032	0,9968
1,74	0,0409	0,9591	2,24	0,0125	0,9875	2,74	0,0031	0,9969
1,75	0,0401	0,9599	2,25	0,0122	0,9878	2,75	0,0030	0,9970
1,76	0,0392	0,9608	2,26	0,0119	0,9881	2,76	0,0029	0,9971
1,77	0,0384	0,9616	2,27	0,0116	0,9884	2,77	0,0028	0,9972
1,78	0,0375	0,9625	2,28	0,0113	0,9887	2,78	0,0027	0,9973
1,79	0,0367	0,9633	2,29	0,0110	0,9890	2,79	0,0026	0,9974
1,80	0,0359	0,9641	2,30	0,0107	0,9893	2,80	0,0026	0,9974
1,81	0,0351	0,9649	2,31	0,0104	0,9896	2,81	0,0025	0,9975
1,82	0,0344	0,9656	2,32	0,0102	0,9898	2,82	0,0024	0,9976
1,83	0,0336	0,9664	2,33	0,0099	0,9901	2,83	0,0023	0,9977
1,84	0,0329	0,9671	2,34	0,0096	0,9904	2,84	0,0023	0,9977
1,85	0,0322	0,9678	2,35	0,0094	0,9906	2,85	0,0022	0,9978
1,86	0,0314	0,9686	2,36	0,0091	0,9909	2,86	0,0021	0,9979
1,87	0,0307	0,9693	2,37	0,0089	0,9911	2,87	0,0021	0,9979
1,88	0,0301	0,9699	2,38	0,0087	0,9913	2,88	0,0020	0,9980
1,89	0,0294	0,9706	2,39	0,0084	0,9916	2,89	0,0019	0,9981
1,90	0,0287	0,9713	2,40	0,0082	0,9918	2,90	0,0019	0,9981
1,91	0,0281	0,9719	2,41	0,0080	0,9920	2,91	0,0018	0,9982
1,92	0,0274	0,9726	2,42	0,0078	0,9922	2,92	0,0018	0,9982
1,93	0,0268	0,9732	2,43	0,0075	0,9925	2,93	0,0017	0,9983
1,94	0,0262	0,9738	2,44	0,0073	0,9927	2,94	0,0016	0,9984
1,95	0,0256	0,9744	2,45	0,0071	0,9929	2,95	0,0016	0,9984
1,96	0,0250	0,9750	2,46	0,0069	0,9931	2,96	0,0015	0,9985
1,97	0,0244	0,9756	2,47	0,0068	0,9932	2,97	0,0015	0,9985
1,98	0,0239	0,9761	2,48	0,0066	0,9934	2,98	0,0014	0,9986
1,99	0,0233	0,9767	2,49	0,0064	0,9936	2,99	0,0014	0,9986
2,00	0,0228	0,9772	2,50	0,0062	0,9938	3,00	0,0013	0,9987