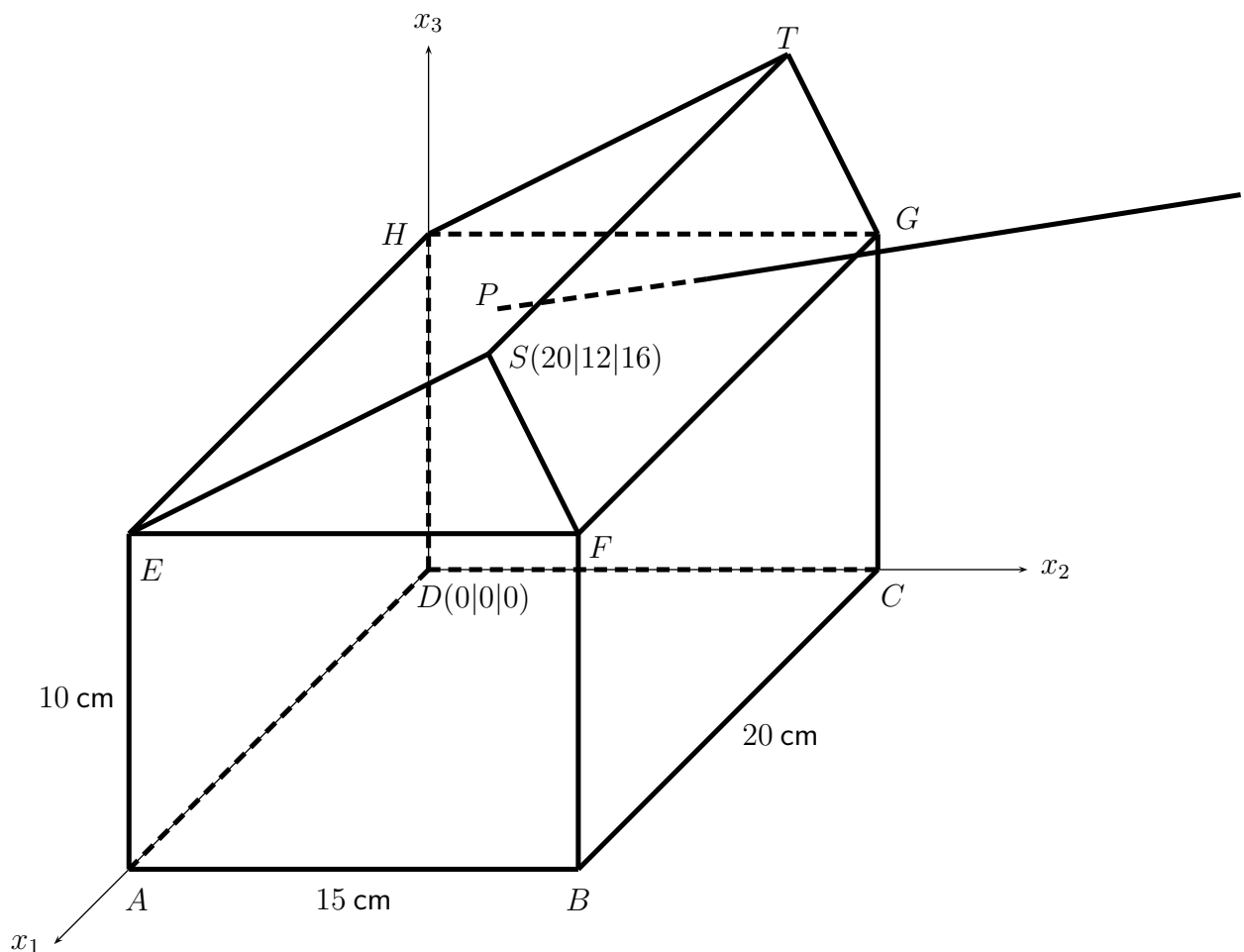


**Kernfach Mathematik**

Bei der Bearbeitung der Aufgabe dürfen alle Funktionen des Taschenrechners genutzt werden.

**Aufgabe 3: Analytische Geometrie**

In einer Miniaturausstellung ist das Modell einer Seilbahn mit einer Gondel aufgebaut. Die Abbildung zeigt die Talstation, die die Form eines Quaders mit einem aufgesetzten Prisma hat. Sie steht auf der Grundfläche der Ausstellung, die in der  $x_1x_2$ -Ebene liegt. Eine Einheit entspricht einem Zentimeter in der Wirklichkeit.



- a) • Geben Sie die Koordinaten der Punkte  $A$ ,  $F$ ,  $G$  und  $T$  an und bestimmen Sie eine Koordinatenform der Dachebene  $E_1$ , die die Punkte  $F$ ,  $G$  und  $S$  enthält.

[Kontrolle:  $E_1 : 2x_2 + x_3 = 40$ ]

- Das Seil der Seilbahn ist geradlinig zwischen den Punkten  $P(6|5|12)$  und  $Q(38|133|44)$  (außerhalb der Abbildung) gespannt. Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes  $R$ , in dem das Seil die Dachebene  $E_1$  durchstößt.
- Berechnen Sie die Länge und den Steigungswinkel des Seils.

(14 P)

**Kernfach Mathematik**

---

b) In der Ausstellung ist eine zweite Seilbahn installiert. Das Seil dieser Bahn ist im Punkt  $K(61 | 81 | 0)$  befestigt und verläuft in Richtung des Vektors  $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- Zeigen Sie, dass sich die Geraden, entlang derer die Seile verlaufen, nicht schneiden.
- Berechnen Sie den Abstand dieser Geraden voneinander.

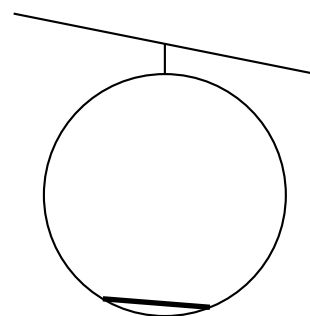
(9 P)

c) Bei der ersten Seilbahn ist eine kugelförmige Gondel so am Seil befestigt, dass ihr Mittelpunkt die Koordinaten  $M(10 | 21 | 13,5)$  hat. Die Gondel hat einen Durchmesser von 4 cm und ist aus Plexiglas hergestellt.

- Geben Sie eine Gleichung der Kugel  $K$  an, die die Gondel beschreibt.
- In der Gondel sollte eine kreisförmige Plattform parallel zur Grundfläche positioniert werden. Beim Einkleben ist die Plattform verrutscht; sie liegt jetzt in der Ebene

$$E_2 : 19x_1 + 180x_3 = 2292,39.$$

Ermitteln Sie den Mittelpunkt und den Flächeninhalt der Plattform.



- An der Gondel ist ein Schild mit einem Firmenlogo angebracht worden, sodass es die Gondel tangential in einem Punkt  $Y$  berührt und von schräg oben lesbar ist. Ein Normalenvektor zu der Schildebene ist  $\vec{j} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes  $Y$ , an dem das Schild an die Kugel geklebt worden ist.

(13 P)

d) Gegeben seien zwei windschiefe Geraden  $k$  und  $l$  mit  $k : \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 12 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$  und

$l : \vec{x} = \begin{pmatrix} 61 \\ 81 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Es gibt einen Punkt  $U$  auf  $k$  und einen Punkt  $V$  auf  $l$ , so dass der Vektor  $\overrightarrow{UV}$  senkrecht zur  $x_1x_2$ -Ebene ist.

Ermitteln Sie die Koordinaten der Punkte  $U$  und  $V$ .

(4 P)