

**Kernfach Mathematik**

---

Bei der Bearbeitung der Aufgabe dürfen alle Funktionen des Taschenrechners genutzt werden.

**Aufgabe 2: Analysis**

Eine Schülerin ist an einem grippalen Infekt erkrankt. Die Funktion  $f$  mit

$$f(t) = 4t \cdot e^{-0,5t} + 36,6 \quad ; \quad t \geq 0$$

modelliert ihre Körpertemperatur während des Infektes. Dabei gibt  $t$  die Zeit in Tagen nach Auftreten des Infektes und  $f(t)$  die Körpertemperatur in  $^{\circ}\text{C}$  an.

Es gilt  $f'(t) = (4 - 2t) \cdot e^{-0,5t}$ .

- a) • Berechnen Sie die höchste Körpertemperatur der Schülerin während des Infektes.
- Berechnen Sie die Koordinaten des Wendepunktes  $W$  des Graphen von  $f$  und interpretieren Sie diese im Sachzusammenhang.
  - Skizzieren Sie den Graphen der Funktion  $d$  mit  $d(t) = 4t \cdot e^{-0,5t}$  im Intervall  $[0; 10]$  und beschreiben Sie die Bedeutung der Funktion  $d$  im Sachzusammenhang.
- (14 P)

- b) • Bestimmen Sie mittels Integration eine Stammfunktion von  $f$ .
- Berechnen Sie die durchschnittliche Körpertemperatur der Schülerin innerhalb der ersten Woche des Infektes.
  - Es gibt eine Temperatur, die zu einem bestimmten Zeitpunkt und dann genau zwei Tage später erneut erreicht wird. Bestimmen Sie diese Temperatur und die Zeitpunkte, an denen sie erreicht wird.
- (12 P)

- c) Die zeitlichen Verläufe der Körpertemperatur anderer Personen während eines Infektes können durch die Funktionenschar  $h_k$  mit

$$h_k(t) = \frac{2}{k} \cdot t \cdot e^{-kt} + 36,6 \quad ; \quad k > 0$$

modelliert werden.

- Jeder Graph der Schar hat einen Hochpunkt  $H_k$ . Bestimmen Sie die Koordinaten dieses Hochpunktes.

[Kontrolle:  $H_k(\frac{1}{k} \mid \frac{2}{ek^2} + 36,6)$ ]

- Der Krankheitsverlauf wird kritisch, wenn das Maximum der Körpertemperatur  $41^{\circ}\text{C}$  oder mehr erreicht. Bestimmen Sie diejenigen Werte des Parameters  $k$ , für die der Krankheitsverlauf kritisch wird.
- (10 P)

- d) Es soll der größte  $y$ -Achsenabschnitt bestimmt werden, den eine Tangente an den Graphen von  $f$  haben kann. Leiten Sie eine Zielfunktion für diese Extremwertaufgabe her.
- (4 P)