

Kernfach Mathematik

Bei der Bearbeitung der Aufgabe dürfen alle Funktionen des Taschenrechners genutzt werden.

Aufgabe 2: Analysis

Eine Schülerin ist an einem grippalen Infekt erkrankt. Die Funktion f mit

$$f(t) = 4t \cdot e^{-0,5t} + 36,6 \quad ; \quad t \geq 0$$

modelliert ihre Körpertemperatur während des Infektes. Dabei gibt t die Zeit in Tagen nach Auftreten des Infektes und $f(t)$ die Körpertemperatur in $^{\circ}\text{C}$ an.

Es gilt $f'(t) = (4 - 2t) \cdot e^{-0,5t}$.

- a) • Berechnen Sie die höchste Körpertemperatur der Schülerin während des Infektes.
- Berechnen Sie die Koordinaten des Wendepunktes W des Graphen von f und interpretieren Sie diese im Sachzusammenhang.
 - Skizzieren Sie den Graphen der Funktion d mit $d(t) = 4t \cdot e^{-0,5t}$ im Intervall $[0; 10]$ und beschreiben Sie die Bedeutung der Funktion d im Sachzusammenhang.
- (14 P)

- b) • Bestimmen Sie mittels Integration eine Stammfunktion von f .
- Berechnen Sie die durchschnittliche Körpertemperatur der Schülerin innerhalb der ersten Woche des Infektes.
 - Es gibt eine Temperatur, die zu einem bestimmten Zeitpunkt und dann genau zwei Tage später erneut erreicht wird. Bestimmen Sie diese Temperatur und die Zeitpunkte, an denen sie erreicht wird.
- (12 P)

- c) Die zeitlichen Verläufe der Körpertemperatur anderer Personen während eines Infektes können durch die Funktionenschar h_k mit

$$h_k(t) = \frac{2}{k} \cdot t \cdot e^{-kt} + 36,6 \quad ; \quad k > 0$$

modelliert werden.

- Jeder Graph der Schar hat einen Hochpunkt H_k . Bestimmen Sie die Koordinaten dieses Hochpunktes.

[Kontrolle: $H_k(\frac{1}{k} \mid \frac{2}{ek^2} + 36,6)$]

- Der Krankheitsverlauf wird kritisch, wenn das Maximum der Körpertemperatur 41°C oder mehr erreicht. Bestimmen Sie diejenigen Werte des Parameters k , für die der Krankheitsverlauf kritisch wird.
- (10 P)

- d) Es soll der größte y -Achsenabschnitt bestimmt werden, den eine Tangente an den Graphen von f haben kann. Leiten Sie eine Zielfunktion für diese Extremwertaufgabe her.
- (4 P)