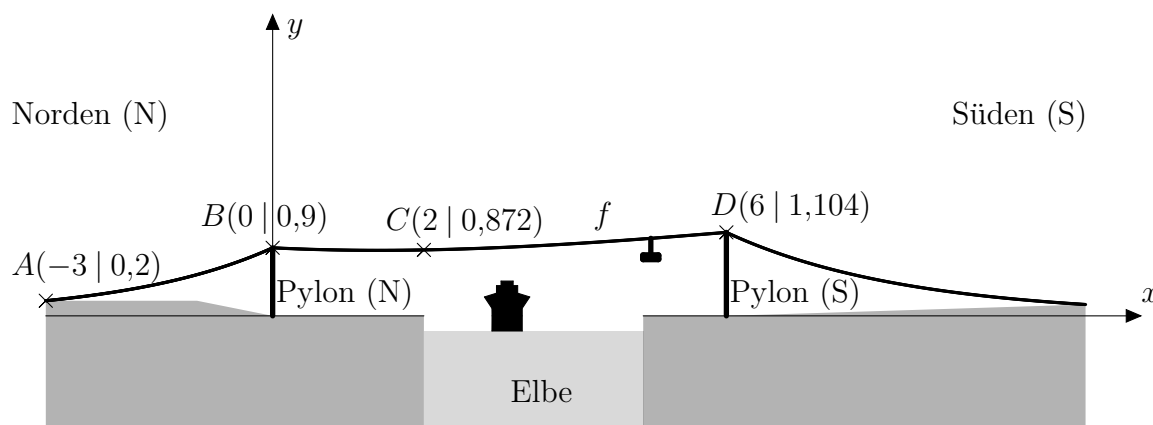


**Kernfach Mathematik**

Bei der Bearbeitung der Aufgabe dürfen alle Funktionen des Taschenrechners genutzt werden.

**Aufgabe 1: Analysis**

Vor einiger Zeit plante man in Hamburg eine von zwei Stützpfeilern (Pylonen) getragene Seilbahn über die Elbe. Die folgende Abbildung zeigt einen entsprechenden Entwurf. Dabei stellt die  $x$ -Achse den Verlauf der Erdbodenlinie dar. Eine Längeneinheit entspricht 100 m in der Wirklichkeit.



Die Pylonenspitze  $B$  befindet sich 90 m über dem Erdboden. Die Pylonenspitze  $D$  liegt 110,4 m über dem Erdboden. Der Abstand der beiden Pylonen beträgt 600 m. Das nördliche Elbufer ist 200 m vom nördlichen Pylonen entfernt. Der Punkt  $C$  liegt senkrecht über dem nördlichen Elbufer. Die Seilhöhe beträgt hier 87,2 m über dem Erdboden und die Steigung des Seiles im Punkt  $C$  ist 1,8 %.

a) Zwischen den Pylonen kann der Verlauf des Seiles näherungsweise durch eine ganzrationale Funktion  $f$  dritten Grades beschrieben werden.

- Bestimmen Sie eine zugehörige Funktionsgleichung.

[Kontrolle:  $f(x) = -\frac{1}{1000} \cdot x^3 + \frac{1}{50} \cdot x^2 - \frac{1}{20} \cdot x + \frac{9}{10}$ ]

- Berechnen Sie im Bereich zwischen den Pylonen die minimale Höhe des Seiles über der Erdbodenlinie.
- Zu einem bestimmten Zeitpunkt befindet sich die Wasseroberfläche der Elbe 10 m unter der Erdbodenlinie. Die Elbe ist im geplanten Bereich 290 m breit. Berechnen Sie die durchschnittliche Höhe des Seiles über der Wasseroberfläche.

(17 P)

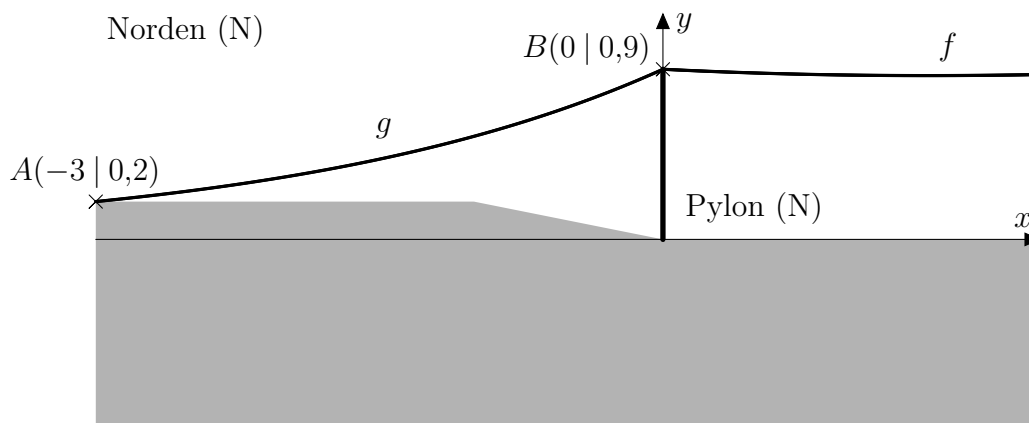
b) • Die Funktion  $f$  hat eine Wendestelle. Zeigen Sie, dass diese nicht im Intervall  $[0; 6]$  liegt.

- Berechnen Sie die maximale Steigung des Graphen von  $f$  im Intervall  $[0; 6]$ .
- Begründen Sie, warum die Modellierung des Seiles durch einen Graphen mit einer Wendestelle  $x_W$  mit  $0 < x_W < 6$  nicht sinnvoll ist.

(8 P)

**Kernfach Mathematik**

- c) Die Station  $A$  auf dem Nordufer ist 300 m vom nördlichen Pylonen entfernt. Das Seil befindet sich hier in einer Höhe von 20 m über der Erdbodenlinie. Der Verlauf des Seils zwischen der Station und dem nördlichen Pylonen kann durch eine Funktion  $g$  mit  $g(x) = a \cdot e^{0,5x} + b \cdot e^{-0,5x}$  beschrieben werden.



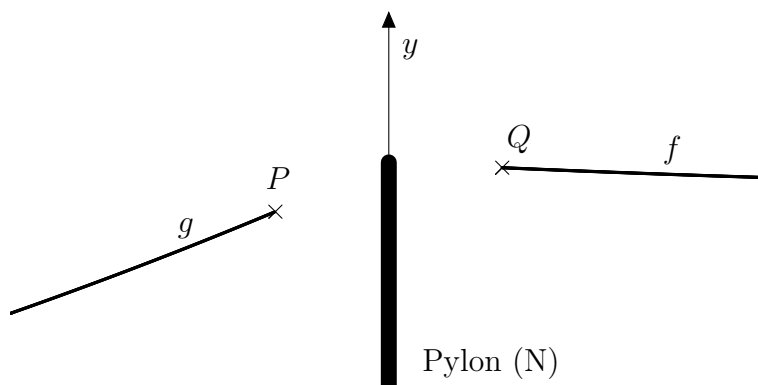
- Weisen Sie durch Rechnung nach, dass sich die beiden Koeffizienten  $a$  und  $b$  in der Form

$$a = \frac{0,2 \cdot e^{1,5} - 0,9 \cdot e^3}{1 - e^3} \quad \text{und} \quad b = \frac{0,9 - 0,2 \cdot e^{1,5}}{1 - e^3}$$

darstellen lassen.

- Berechnen Sie den Winkel, unter dem die Seile am nördlichen Pylonen aufeinandertreffen. (11 P)

- d) Um für die Fahrgäste ein angenehmes Fahren der Gondel zu ermöglichen, sollen knickfreie Übergänge hergestellt werden. Dazu hat der Konstrukteur die Punkte  $P$  und  $Q$  auf den Graphen der zugehörigen Funktionen festgelegt und geplant, das Seil kreisbogenförmig vom Punkt  $P$  zum Punkt  $Q$  zu führen.



Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem untersucht werden kann, ob es einen solchen Kreisbogen gibt. Der Kreisbogen muss nicht durch den Punkt  $B$  verlaufen.

(4 P)