

Kernfach Mathematik

Bei der Bearbeitung der Aufgabe dürfen alle Funktionen des Taschenrechners genutzt werden.

Aufgabe 1: Analysis

Die Funktion h mit

$$h(x) = 2x^3 - 18x^2 + 30x; \quad x \in [0; 7]$$

beschreibt näherungsweise das Höhenprofil eines Straßenradrennens. Dabei gibt x die in horizontaler Richtung zurückgelegte Strecke in Kilometern und $h(x)$ die Höhe in Metern an.

- a) • Ermitteln Sie diejenigen Stellen des Profils, an denen dieselbe Höhe wie zu Beginn des Rennens erreicht wird.
- Berechnen Sie den maximalen Höhenunterschied des Profils.
 - Bestimmen Sie die größte Steigung der Straße und geben Sie diese in Prozent an.
 - Skizzieren Sie den Graphen von h in einem geeigneten Koordinatensystem.

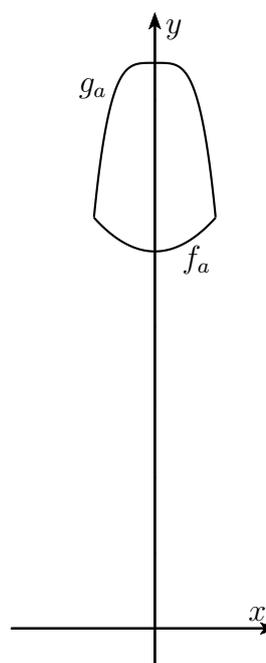
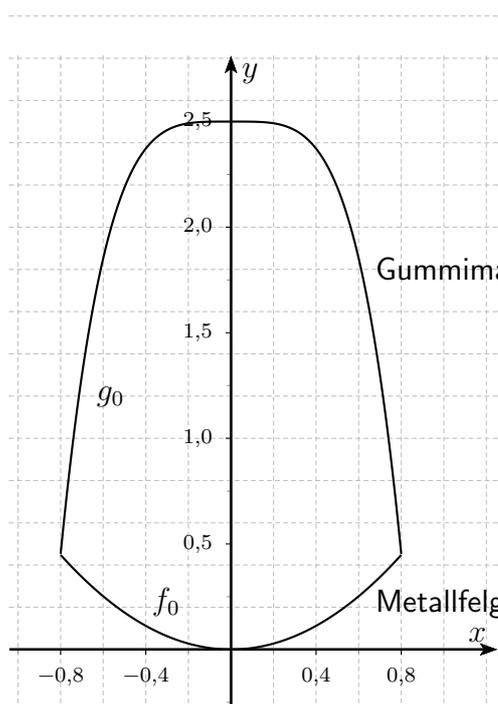
(18 P)

Für jedes $a \geq 0$ werde die Querschnittsfläche Q_a eines Fahrradreifens R_a durch die Funktionen f_a und g_a beschrieben. Dabei beschreibt f_a die Metallfelge und g_a den Gummimantel. Eine Längeneinheit entspricht einem Zentimeter.

$$f_a(x) = 0,7x^2 + a$$

$$g_a(x) = -5x^4 + a + 2,496$$

Die folgenden Abbildungen zeigen die Graphen von f_0 und g_0 sowie von f_a und g_a zwischen ihren jeweiligen Schnittstellen.



Kernfach Mathematik

- b) • Berechnen Sie die maximale Breite des Reifens R_0 .
- Bestimmen Sie den Winkel, unter dem Metallfelge und Gummimantel beim Reifen R_0 aufeinander treffen.
 - Bestimmen Sie den Flächeninhalt von Q_0 . Begründen Sie, warum der Flächeninhalt von Q_a unabhängig von a ist.
- (13 P)
- c) Ein Modell des Reifens R_{30} entsteht durch Rotation von Q_{30} um die x -Achse.
- Berechnen Sie das Volumen des Reifens R_{30} .
 - Der Inhalt der Querschnittsfläche Q_a ist unabhängig von a . Erklären Sie, warum das Volumen des Reifens R_a dennoch von a abhängig ist.
- (5 P)
- d) Gegeben ist der Punkt $A(0,4 | 2,368)$ auf dem Graphen von g_0 . Es soll derjenige Punkt $B(x | f_0(x))$ auf dem Graphen von f_0 im Intervall $[-0,8 ; 0,8]$ bestimmt werden, für den die Länge der Strecke \overline{AB} maximal ist.
- Geben Sie einen Ansatz an und beschreiben Sie das weitere Vorgehen.
- (4 P)